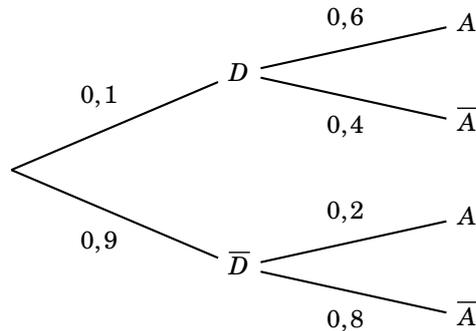


Correction

Partie I

1. On représente la situation par l'arbre pondéré suivant :



2. La probabilité que le candidat soit sélectionné sur dossier et admis à l'école est :

$$P(D \cap A) = P(D) \times P_D(A) = 0,1 \times 0,6 = 0,06$$

3. La probabilité de l'évènement A est $P(A)$.

(D et \bar{D}) forment une partition de l'univers. D'après la formule des probabilités totales on a :

$$P(A) = P(D \cap A) + P(\bar{D} \cap A) = 0,06 + 0,9 \times 0,2 = 0,24$$

4. On choisit au hasard un candidat admis à l'école. La probabilité que son dossier n'ait pas été sélectionné est :

$$P_A(\bar{D}) = \frac{P(\bar{D} \cap A)}{P(A)} = \frac{0,18}{0,24} = 0,75$$

Partie II

1. (a) La probabilité pour un candidat d'être admis à l'école est égale à $p = 0,24$, et on choisit un échantillon de 7 candidats donc $n = 7$. Donc la variable aléatoire X suit la loi binomiale $\mathcal{B}(7; 0,24)$.
(b) La probabilité qu'un seul des sept candidats tirés au sort soit admis à l'école est :

$$P(X = 1) = \binom{7}{1} \times 0,24^1 \times (1 - 0,24)^{7-1} \approx 0,32$$

- (c) La probabilité qu'au moins deux des sept candidats tirés au sort soient admis à cette école est :

$$P(X \geq 2) = 1 - P(X \leq 1) = 1 - 0,47 = 0,53$$

La valeur de $P(X \leq 1)$ s'obtient grâce à la calculatrice.

2. (a) La variable aléatoire Y qui donne le nombre d'admis parmi les n candidats présentés suit la loi binomiale $\mathcal{B}(n; 0,24)$.
La probabilité qu'aucun candidat issu de ce lycée ne soit admis à l'école est :

$$P(Y = 0) = \binom{n}{0} \times 0,24^0 \times 0,76^n = 0,76^n$$

- (b) On cherche à partir de quelle valeur de l'entier n la probabilité qu'au moins un élève de ce lycée soit admis à l'école est supérieure ou égale à 0,99.

On veut donc que $P(Y \geq 1) \geq 0,99$ c'est-à-dire $1 - P(Y = 0) \geq 0,99$ ou encore $P(Y = 0) \leq 0,01$. On résout l'inéquation d'inconnue n : $0,76^n \leq 0,01$:

$$0,76^n \leq 0,01 \iff \ln(0,76^n) \leq \ln(0,01) \iff n \times \ln(0,76) \leq \ln(0,01) \iff n \geq \frac{\ln(0,01)}{\ln(0,76)}$$

Or $\frac{\ln(0,01)}{\ln(0,76)} \approx 16,8$. Il faut prendre le premier entier supérieur à 16,8 donc c'est à partir de 17 élèves que la probabilité qu'au moins un élève de ce lycée soit admis à l'école est supérieure ou égale à 0,99.