

Exercice 1

On considère les suites (u_n) et (v_n) définies pour tout entier naturel n par :

$$\begin{cases} u_0 = v_0 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + v_n \\ v_{n+1} = 2u_n + v_n \end{cases}$$

On **admet** que les suites (u_n) et (v_n) **sont strictement positives**.

1. Calculez u_1 et v_1 .
2. Démontrer que la suite (v_n) est strictement croissante, puis en déduire que, pour tout entier naturel n , $v_n \geq 1$.
3. Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n , on a : $u_n \geq n + 1$.
4. En déduire la limite de la suite (u_n) .