Exercice 2

Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.

Partie I

Dans un centre de traitement du courrier, une machine est équipée d'un lecteur optique automatique de reconnaissance de l'adresse postale. Ce système de lecture permet de reconnaître convenablement 97 % des adresses ; le reste du courrier, que l'on qualifiera d'illisible pour la machine, est orienté vers un employé du centre chargé de lire les adresses.
Cette machine vient d'effectuer la lecture de neuf adresses. On note X la variable aléatoire qui donne le nombre d'adresses illisibles parmi ces neuf adresses.
On admet que X suit la loi binomiale de paramètres $n = 9$ et $p = 0,03$.

1. La probabilité qu'aucune des neuf adresses soit illisible est égale, au centième près, Ã :

   a. 0 **b.** 1 **c.** $0,24$ **d.** $0,76$

2. La probabilité qu'exactement deux des neuf adresses soient illisibles pour la machine est :

   a. $\binom{9}{2} \times 0,97^2 \times 0,03^7$ **b.** $\binom{7}{2} \times 0,97^2 \times 0,03^7$

   c. $\binom{9}{2} \times 0,97^7 \times 0,03^2$ **d.** $\binom{7}{2} \times 0,97^7 \times 0,03^2$

3. La probabilité qu'au moins une des neuf adresses soit illisible pour la machine est :

   a. $P(X < 1)$ **b.** $P(X \leqslant 1)$ **c.** $P(X \geqslant 2)$ **b.** $1 - P(X = 0)$

Partie II

Une urne contient 5 boules vertes et 3 boules blanches, indiscernables au toucher.
On tire au hasard successivement et sans remise deux boules de l'urne.
On considère les évènements suivants :

- V_1 : « la première boule tirée est verte » ;
- B_1 : « la première boule tirée est blanche » ;
- V_2 : « la seconde boule tirée est verte » ;
- B_2 : « la seconde boule tirée est blanche ».

4. La probabilité de V_2 sachant que V_1 est réalisé, notée $P_{V_1}(V_2)$, est égale Ã :

   a. $\dfrac{5}{8}$ **b.** $\dfrac{4}{7}$ **c.** $\dfrac{5}{14}$ **d.** $\dfrac{20}{56}$

5. La probabilité de l'évènement V_2 est égale à :

   a. $\dfrac{5}{8}$ **b.** $\dfrac{5}{7}$ **c.** $\dfrac{3}{28}$ **d.** $\dfrac{9}{7}$

Correction

PARTIE I

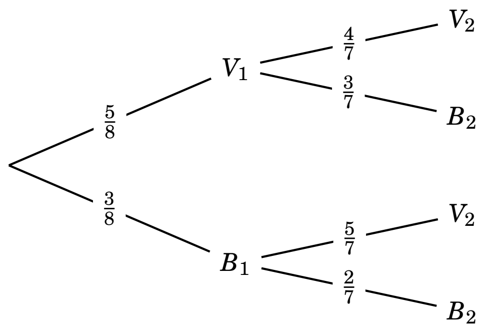
1. $P(X=0)=\binom{9}{0}\times 0,03^0\times 0,97^9\approx 0,76$.
   Réponse d.
2. $P(X=2)=\binom{9}{2}\times 0,03^2\times 0,97^7$.
   Réponse c.
3. La probabilité qu'au moins une des neuf adresses soit illisible pour la machine est :
   $P(X\geqslant 1)=1-P(X=0)$.
   Réponse d.

Partie II

Au départ, il y a 8 boules dans l'urne.

Après le premier tirage, il en reste 7. Si la boule du 1^er^ tirage est verte, il reste 4 boules vertes et 3 boules blanches ; si la boule du 1^er^ tirage est blanche, il reste 5 boules vertes et 2 boules blanches.

On construit un arbre de probabilités résumant la situation :



4. D'après l'arbre, $P_{V_1}(V_2)=\dfrac{4}{7}$.
   Réponse b.

5. D'après la formule des probabilités totales :
   $P(V_2)=P(V_1\cap V_2)+P(B_1\cap V_2)=\dfrac{5}{8}\times\dfrac{4}{7}+\dfrac{3}{8}\times\dfrac{5}{7}=\dfrac{20}{56}+\dfrac{15}{56}=\dfrac{35}{56}=\dfrac{5}{8}$
   Réponse a.