

Correction

1. a. Il y a $\binom{8}{2} = \frac{8 \times 7}{2} = 28$ tirages différents.
- b. Il y a $\binom{6}{1} \times \binom{2}{1} = 6 \times 2 = 12$ tirages gagnant. La probabilités de gagner à ce jeu est donc égale à $\frac{12}{28} = \frac{3}{7}$.
2. a. La variable aléatoire G ne peut prendre que deux valeurs : $10 - k$ et $-k$. On a $P(G = 10 - k) = \frac{3}{7}$ et $P(G = -k) = \frac{4}{7}$.
- b. L'espérance mathématique de la variable aléatoire G est égale à $E(G) = -k \times \frac{4}{7} + (10 - k) \times \frac{3}{7} = \frac{30 - 7k}{7}$.
Le jeu est favorable au joueur si :
 $E(G) > 0 \iff \frac{30 - 7k}{7} > 0 \iff 30 - 7k > 0 \iff 7k < 30 \iff k < \frac{30}{7}$.
 $\frac{30}{7} \approx 4,28$.
La somme payée ne doit pas dépasser 4,28 € pour que le jeu reste favorable au joueur.
3. a. Les tirages effectués par les joueurs sont identiques et indépendants. Chaque joueur a une probabilité de gagner de $\frac{3}{7}$; X suit donc une loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = \frac{3}{7}$.
- b. On a $p(X = 4) = \binom{10}{4} \left(\frac{3}{7}\right)^4 \left(1 - \frac{3}{7}\right)^{10-4} \approx 0,247$. a probabilité qu'il y ait exactement 4 joueurs gagnants est environ égale à 0,247.
- c. A l'aide de la calculatrice on obtient $p(X \geq 5) \approx 0,440$. La probabilité qu'il y ait plus de 5 gagnants est environ 0,440.
- d. On a $P(X \leq n) \geq 0,9 \iff 1 - P(X > n) \geq 0,9 \iff P(X > n) \leq 0,1$.
La calculatrice donne $P(X > 1) \approx 0,031$;
 $P(X > 2) \approx 0,125$.
Le plus Petit entier n tel que $P(X \leq n) \geq 0,9$ est donc $n = 1$.