**Exercice 6**

Au 1er janvier 2021, la centrale solaire de Photovoltaic possédait 10 500 panneaux solaires.

On observe, chaque année, que 1 % des panneaux se sont détériorés et nécessitent d'être retirés tandis que 150 nouveaux panneaux solaires sont installés.

On modélise l'évolution du nombre de panneaux solaires par la suite $(u_n)$ définie par $u_0 = 10\,500$ et, pour tout entier naturel $n$, $u_{n+1} = 0,99u_n + 150$, où $u_n$ est le nombre de panneaux solaires au 1er janvier de l'année $2021 + n$.

1. (a) Expliquer en quoi cette modélisation correspond à la situation étudiée.

   (b) On souhaite savoir au bout de combien d'années le nombre de panneaux solaires sera strictement supérieur à 12 000.

   À l'aide de la calculatrice, donner la réponse à ce probléme.

   (c) Recopier et compléter le programme en Python ci-dessous de sorte que la valeur cherchée à la question précédente soit stockée dans la variable $n$ à l'issue de l'exécution de ce dernier.

```
u = 10500
n= 0
while ...... :
    u = ......
    n = ......
```

2. Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel $n$, on a $u_n \leqslant 15\,000$.
3. Démontrer que la suite $(u_n)$ est croissante.
4. En déduire que la suite $(u_n)$ converge. Il n'est pas demandé, ici, de calculer sa limite.
5. On définit la suite $(v_n)$ par $v_n = u_n - 15\,000$, pour tout entier naturel $n$.

   (a) Démontrer que la suite $(v_n)$ est une suite géométrique de raison 0,99 dont on précisera le premier terme.

   (b) Exprimer, pour tout entier naturel $n$, $v_n$ en fonction de $n$.

   (c) En déduire, pour tout entier naturel $n$, $u_n$ en fonction de $n$.

   (d) Déterminer la limite de la suite $(u_n)$.

   Interpréter ce résultat dans le contexte du modèle.