

Exercice 7

Dans un repère orthonormé de l'espace, on considère les points suivants :

$$A(2 ; -1 ; 0), B(3 ; -1 ; 2), C(0 ; 4 ; 1) \text{ et } S(0 ; 1 ; 4).$$

1. Montrer que le triangle ABC est rectangle en A.
2.
 - a. Montrer que le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ est orthogonal au plan (ABC).
 - b. En déduire une équation cartésienne du plan (ABC).
 - c. Montrer que les points A, B, C et S ne sont pas coplanaires.
3. Soit (d) la droite orthogonale au plan (ABC) passant par S. Elle coupe le plan (ABC) en H.
 - a. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (d).
 - b. Montrer que les coordonnées du point H sont H(2 ; 2 ; 3).
4. On rappelle que le volume V d'un tétraèdre est $V = \frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$.
Calculer le volume du tétraèdre SABC.
5.
 - a. Calculer la longueur SA.
 - b. On indique que $SB = \sqrt{17}$.
En déduire une mesure de l'angle \widehat{ASB} approchée au dixième de degré.