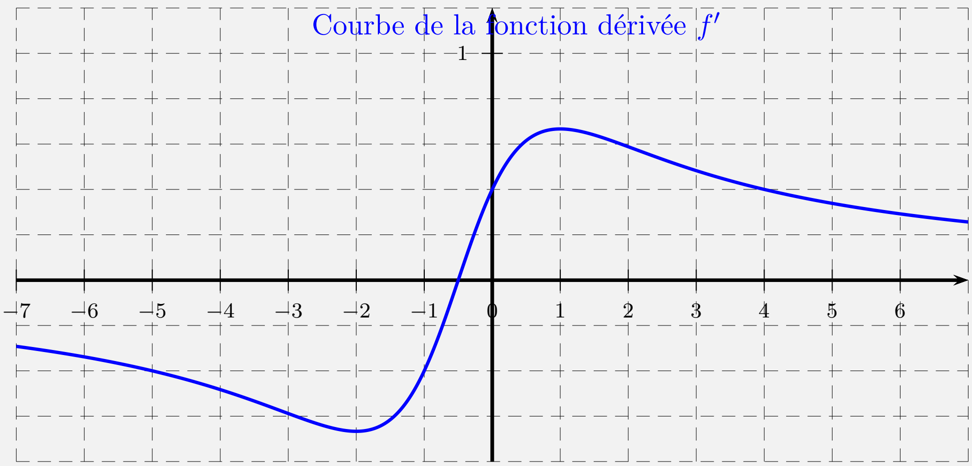
Exercice 7
Partie I : lectures graphiques

f désigne une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.
On donne ci-dessous la courbe représentative de la fonction dérivée f'.



Avec la précision permise par le graphique, répondre aux questions suivantes

1. Déterminer le coefficient directeur de la tangente à la courbe de la fonction f en 0.

2. **a.** Donner les variations de la fonction dérivée f'.

b. En déduire un intervalle sur lequel f est convexe.

Partie II : étude de fonction

La fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \ln\left(x^2 + x + \frac{5}{2}\right).$$

1. Calculer les limites de la fonction f en $+\infty$ et en $-\infty$.

2. Déterminer une expression $f'(x)$ de la fonction dérivée de f pour tout $x \in \mathbb{R}$.

3. En déduire le tableau des variations de f. On veillera à placer les limites dans ce tableau.

4. **a.** Justifier que l'équation $f(x) = 2$ a une unique solution α dans l'intervalle $\left[-\frac{1}{2}\ ;\ +\infty\right[$.

b. Donner une valeur approchée de α à 10^{-1} près.

5. La fonction f' est dérivable sur $\mathbb{R}$. On admet que, pour tout $x \in \mathbb{R}$,

$$f''(x) = \frac{-2x^2 - 2x + 4}{\left(x^2 + x + \frac{5}{2}\right)^2}$$

Déterminer le nombre de points d'inflexion de la courbe représentative de f.