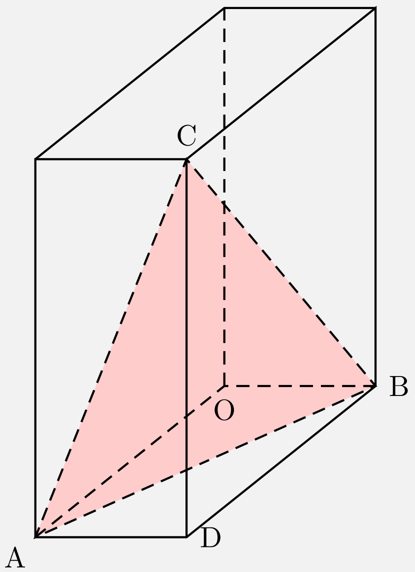
**Exercice 2**

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$, on considère les points :
A de coordonnées $(2\,;\,0\,;\,0)$, B de coordonnées $(0\,;\,1\,;\,0)$ , C de coordonnées $(2\,;\,1\,;\,3)$ et D coordonnées $(2\,;\,1\,;\,0)$.




L'objectif de cet exercice est de calculer l'aire du triangle ABC.

1. (a) Montrer que le vecteur $\vec{n}\begin{pmatrix}3\\6\\-2\end{pmatrix}$ est normal au plan (ABC).
   (b) En déduire qu'une équation cartésienne du plan (ABC) est : $3x + 6y - 2z - 6 = 0$.
2. On note $d$ la droite passant par D et orthogonale au plan (ABC).
   (a) Déterminer une représentation paramétrique de la droite $d$.
   (b) Montrer que la droite $d$ coupe le plan (ABC) au point H de coordonnées $\left(\frac{80}{49}\,;\,\frac{13}{49}\,;\,\frac{12}{49}\right)$.
   (c) Calculer la distance DH.
   (d) Retrouver la valeur de DH en utilisant la formule qui donne la distance d'un point D à un plan d'équation $ax + by + cz + d = 0$ :
   $$DH = \frac{|ax_D + by_D + cz_D + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$
3. On rappelle que le volume d'une pyramide est donné par : $V = \frac{1}{3}\mathcal{B}h$, où $\mathcal{B}$ est l'aire d'une base et $h$ est la hauteur de la pyramide correspondant à cette base.
   En calculant de deux façons différentes le volume de la pyramide DABC, déterminer l'aire du triangle ABC.