Correction

1. On considère la fonction $g \longmapsto \ln\left(x^2+x+1\right)$ définie sur $]0\ ;\ +\infty[$.
La fonction $u : x \mapsto x^2+x+1$ est strictement positive et dérivable sur $]0\ ;\ +\infty[$ (fonction polynomiale,somme de termes strictement positifs), donc la fonction composée $g :\ x \mapsto \ln(u(x))$ est dérivable sur $]0\ ;\ +\infty[$. On a alors :

$$g'(x) = \frac{u'(x)}{u(x)} = \frac{2x+1}{x^2+x+1}$$

Réponse d

2. la fonction $g :\ x \mapsto x\ln(x) - x$ est dérivable sur $]0\ ;\ +\infty[$ comme somme et produit de fonctions dérivables sur cet intervalle et on a

$$g'(x) = 1\times\ln(x) + x\times\frac{1}{x} - 1 = \ln(x)+1-1 = \ln(x) = f(x)$$

La fonction g est donc une primitive de f.

Réponse c

3. On factorise par les termes "dominants" du quotient a_n. On a donc pour tout n dans $\mathbb{N}$:

$$a_n = \frac{1-3^n}{1+2^n} = \frac{3^n\left(\frac{1}{3^n}-1\right)}{2^n\left(\frac{1}{2^n}+1\right)} = \left(\frac{3}{2}\right)^n \frac{\frac{1}{3^n}-1}{\frac{1}{2^n}+1}$$

Par somme et quotient de limites on a $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{\frac{1}{3^n}-1}{\frac{1}{2^n}+1} = -1$ car $\displaystyle\lim_{n\to+\infty}\frac{1}{3^n} = \lim_{n\to+\infty}\frac{1}{2^n} = 0$; De plus $\displaystyle\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{3}{2}\right)^n = +\infty$ car $\frac{3}{2} > 1$, donc par produit de limites $\displaystyle\lim_{n\to+\infty}(a_n) = -\infty$.

Réponse a.

4. La fonction dérivé f' est décroissante sur $[-2\ ;\ 0]$, Donc la fonction f est concave sur cet intervalle.

Réponse d

5. $f'(x)$ s'annule en $x=1$ en changeant de signe et en passant du positif au négatif, la fonction f va donc admettre un maximum en $x=1$.

Réponse c

6. La valeur v de l'action augmente donc la boucle while s'exécute tant que $v < 200$ en ajoutant 1 à la valeur m du mois à chaque exécution.

Réponse a.