EXERCICE 1 (durée 1heure 20 min, 7) points **Thèmes : fonctions, suites**

Baccalauréat Polynésie 5 mai 2022

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ sujet n° 1

Cette exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des six questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.
Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

1. On considère la fonction g définie est dérivable sur $]0\ ;\ +\infty[$ par :

$$g(x) = \ln\left(x^2 + x + 1\right).$$

Pour tout nombre réel x strictement positif :

a. $g'(x) = \dfrac{1}{2x+1}$ **b.** $g'(x) = \dfrac{1}{x^2+x+1}$
c. $g'(x) = \ln(2x+1)$ **d.** $g'(x) = \dfrac{2x+1}{x^2+x+1}$

2. La fonction $x \longmapsto \ln(x)$ admet pour primitive sur $]0\ ;\ +\infty[$ la fonction :

a. $x \longmapsto \ln(x)$ **b.** $x \longmapsto \dfrac{1}{x}$ **c.** $x \longmapsto x\ln(x) - x$ **d.** $x \longmapsto \dfrac{\ln(x)}{x}$

3. On considère la suite (a_n) définie pour tout n dans $\mathbb{N}$ par :

$$a_n = \frac{1-3^n}{1+2^n}.$$

La limite de la suite (a_n) est égale à :

a. $-\infty$ **b.** -1 **c.** 1 **d.** $+\infty$

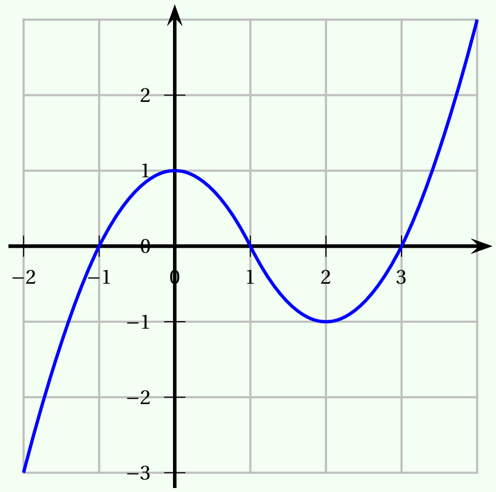
4. On considère une fonction f définie et dérivable sur $[-2\ ;\ 2]$. Le tableau de variations de la fonction f' dérivée de la fonction f sur l'intervalle $[2\ ;\ 2]$ est donné par :

x	-2	-1	0	2
variations de f'	1	0	-2	-1

La fonction f est :

a. convexe sur $[-2\ ;\ -1]$ **b.** concave sur $[0 ; 1]$
c. convexe sur $[-1\ ;\ 2]$ **d.** concave sur $[-2\ ;\ 0]$

5. On donne ci-dessus la courbe représentative de la dérivée f' d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-2\ ;\ 4]$.



Par lecture graphique de la courbe de f', déterminer l'affirmation correcte pour f :

a. f est décroissante sur $[0 ; 2]$

b. f est décroissante sur $[-1 ; 0]$

c. f admet un maximum en 1 sur $[0 ;2]$

d. f admet un maximum en 3 sur $[2 ; 4]$

6. Une action est cotée à 57 €. Sa valeur augmente de 3 % tous les mois.
La fonction python seuil() qui renvoie le nombre de mois à attendre pour que sa valeur dépasse 200 € est :

a.

```
def seuil() :
    m=0
    v=57
    while v < 200 :
        m=m+1
        v = v*1.03
    return m
```

b.

```
def seuil() :
    m=0
    v=57
    while v > 200 :
        m=m+1
        v = v*1.03
    return m
```

c.

```
def seuil() :
    v=57
    for i in range (200) :
        v = v*1.03
    return v
```

d.

```
def seuil() :
    m=0
    v=57
    if v < 200 :
        m=m+1
    else :
        v = v*1.03
    return m
```

Correction

1. On considère la fonction $g \longmapsto \ln\left(x^2+x+1\right)$ définie sur $]0\ ;\ +\infty[$.
La fonction $u : x \mapsto x^2+x+1$ est strictement positive et dérivable sur $]0\ ;\ +\infty[$ (fonction polynomiale,somme de termes strictement positifs), donc la fonction composée $g :\ x \mapsto \ln(u(x))$ est dérivable sur $]0\ ;\ +\infty[$. On a alors :

$$g'(x) = \frac{u'(x)}{u(x)} = \frac{2x+1}{x^2+x+1}$$

Réponse d

2. la fonction $g :\ x \mapsto x\ln(x) - x$ est dérivable sur $]0\ ;\ +\infty[$ comme somme et produit de fonctions dérivables sur cet intervalle et on a

$$g'(x) = 1\times\ln(x) + x\times\frac{1}{x} - 1 = \ln(x)+1-1 = \ln(x) = f(x)$$

La fonction g est donc une primitive de f.

Réponse c

3. On factorise par les termes "dominants" du quotient a_n. On a donc pour tout n dans $\mathbb{N}$:

$$a_n = \frac{1-3^n}{1+2^n} = \frac{3^n\left(\dfrac{1}{3^n}-1\right)}{2^n\left(\dfrac{1}{2^n}+1\right)} = \left(\frac{3}{2}\right)^n \frac{\dfrac{1}{3^n}-1}{\dfrac{1}{2^n}+1}$$

Par somme et quotient de limites on a $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{\dfrac{1}{3^n}-1}{\dfrac{1}{2^n}+1} = -1$ car $\displaystyle\lim_{n\to+\infty}\frac{1}{3^n} = \lim_{n\to+\infty}\frac{1}{2^n} = 0$; De plus $\displaystyle\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{3}{2}\right)^n = +\infty$ car $\dfrac{3}{2} > 1$, donc par produit de limites $\displaystyle\lim_{n\to+\infty}(a_n) = -\infty$.

Réponse a.

4. La fonction dérivé f' est décroissante sur $[-2\ ;\ 0]$, Donc la fonction f est concave sur cet intervalle.

Réponse d

5. $f'(x)$ s'annule en $x = 1$ en changeant de signe et en passant du positif au négatif, la fonction f va donc admettre un maximum en $x = 1$.

Réponse c

6. La valeur v de l'action augmente donc la boucle while s'exécute tant que $v < 200$ en ajoutant 1 à la valeur m du mois à chaque exécution.

Réponse a.